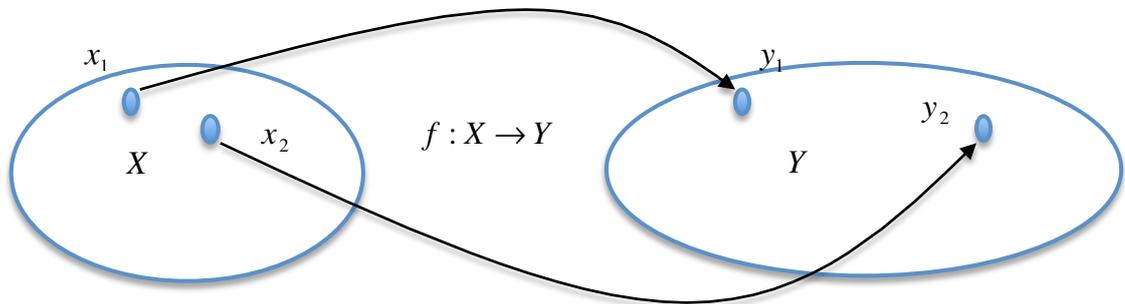


I. 写像

1. 定義・性質

(1) 定義



(i) 写像

空集合でない2つの集合 X, Y において、 X のそれぞれの要素（元）に Y の要素（元）を一つずつ対応させる規則

※この規則を f とするとき、 $f: X \rightarrow Y$ と表す。
写像 $f: X \rightarrow Y$ において、 X の要素 x に対応する y の要素

(ii) 像

※一般に $f: x \rightarrow f(x)$ とか $y = f(x)$ と表す。

(iii) 定義域

写像 $f: X \rightarrow Y$ における X

(iv) 値域

写像 $f: X \rightarrow Y$ における X の像全体の集合

(v) 上への写像（全射）

写像 $f: X \rightarrow Y$ において、 $f(X) = Y$ のとき。

(vi) 中への写像

写像 $f: X \rightarrow Y$ において、 $f(X) \subset Y$ であるとき。

(vii) 1対1の写像（単射）

写像 $f: X \rightarrow Y$ において、 $x_1 \in X$ かつ $x_2 \in X$ であり、 $x_1 \neq x_2$ ならば $f(x_1) \neq f(x_2)$ であるとき。

※関数とは、数の集合から数の集合への写像である。

※写像の応用範囲は広く、四則演算・最大公約数・最小公倍数や剰余類だけではなく、上に述べたように関数や移動・一次変換・媒介変数表示など数学においては多岐にわたる。

(2) 性質

(i) 写像の相等

2つの写像 $f: X \rightarrow Y, g: X' \rightarrow Y'$ において、 X のすべての要素（元） x に対して $f(x) = g(x)$ かつ $X = X'$ であるとき。

II. 写像の合成

1. 定義・性質

(1) 定義

2つの写像 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ があるとき、
 $g \circ f: X \rightarrow Z$

(2) 性質

(i) 結合法則

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

※交換法則は、一般には成り立たない。 $g \circ f \neq f \circ g$

III. 逆写像

1. 定義・性質

(1) 定義

ある写像 $f: X \rightarrow Y$ に対し、 $f^{-1}: Y \rightarrow X$

(2) 性質

(i) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

(ii) $(f \circ f^{-1})(y) = y$

※関数の場合は、逆関数になる。 $y = f(x)$ の逆関数は、 $y = f^{-1}(x)$